Exercise B.0.1: เขียนแบบจำลองและแก้ปัญหาด้วยการวาดรูป

บริษัทผลิตอัญมณีแห่งหนึ่งผลิตแหวนและต่างหูจากแร่เงินและแร่ทองคำ โดยที่

ถ้าผลิต x วง จะได้กำไร 2000x

- ในการผลิตแหวน จะต้องใช้แร่งทองคำ 3 หน่วย และแร่เงิน 3 หน่วย และจะขายได้กำไร 2 พันบาท
- ในการผลิตต่างหู จะต้องใช้แร่งทองคำ 1 หน่วย และแร่เงิน 5 หน่วย และจะขายได้กำไร 1 พันบาท

ถ้าผลิต y คู่ ได้กำไร 1000y

ในรอบการผลิตปัจจุบัน บริษัทนี้ได้รับแร่ทองคำมา 18 หน่วย และแร่เงินมา 30 หน่วย โดยที่บริษัทอยากผลิตแหวนและต่างหูให้ได้กำไรมากที่สุด

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & 2000x + 1000y \\ \text{s.t.} \quad & 3x + 1y \le 18 \quad (\text{ทองคำ}) \\ & 3x + 5y \le 30 \\ & x \ge 0 \\ & y \ge 0 \end{aligned}$$

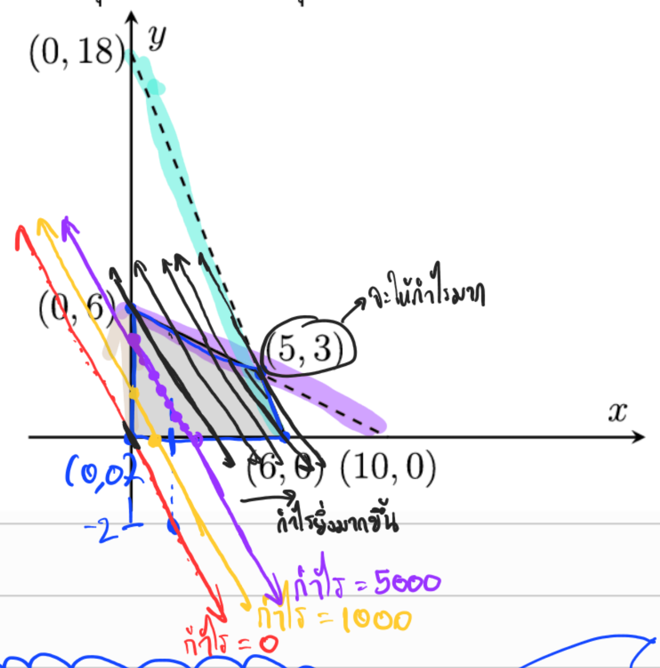
① ตั้งโจทย์ธุรกิจ (กำไรมากสุด)

② เลือกตัวแปรตัดสินใจ

(จำนวนแหวน / จำนวนต่างหู)
$= x$, $= y$

กำไร = $2000x + 1000y$

ขั้นที่ 5: แทนค่าจุดมุมลงในฟังก์ชันจุดประสงค์เพื่อหาค่าแล้วเปรียบเทียบกันว่าจุดใดให้ค่าจุดประสงค์ (11) (มากสุด ตอบ 0/ น้อยสุด ตอบ 1)



(x, y)	กำไร (จากสมการ [1])
$(0, 6)$	(14)
$(6, 0)$	(15)
$(5, 3)$	(16)
((12), (13))	(17)

$2000x + 1000y = 5000$

$2000x = 5000$

$x = 5/2 = 2.5$

$1000y = 5000$

$y = 5$

กำไร = $2000x + 1000y = 0$

ผ่านจุด (0,0)

$2000(0) + 1000(0) = 0$

$x = 1$

$2000(1) + 1000y = 0$

$1000y = -2000$

$y = -2$

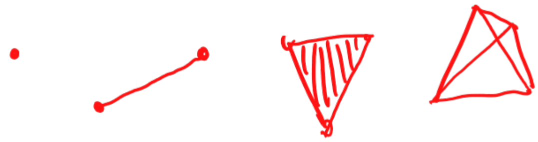
ผ่านจุด $(1, -2)$

กำไร

$2000x + 1000y = 1000$

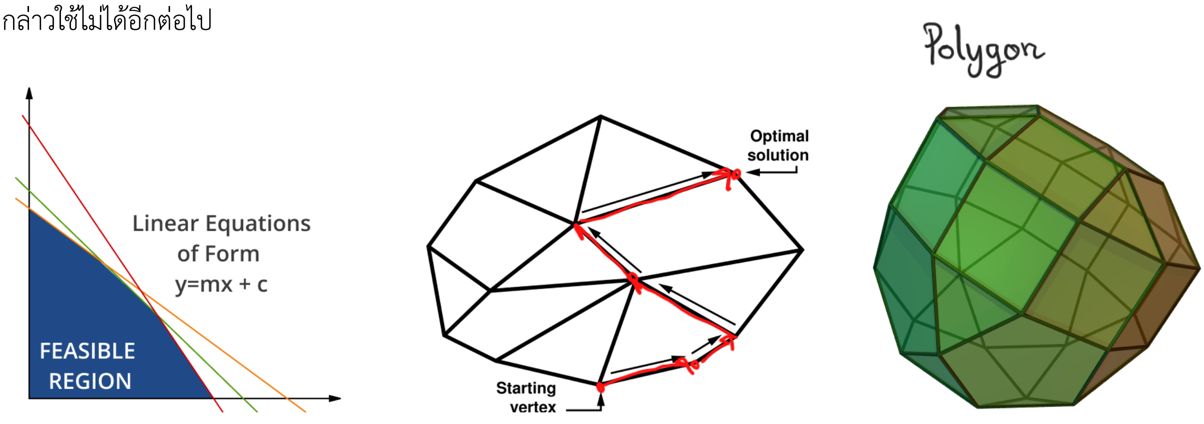
จุดตัดแกน x : แทน $y = 0 \Rightarrow 2000x = 1000 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

จุดตัดแกน y : แทน $x = 0 \Rightarrow 1000y = 1000 \Rightarrow y = 1$



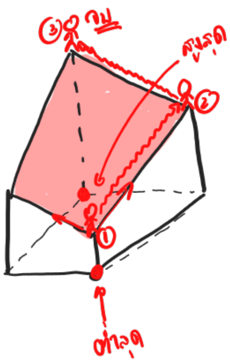
1.3 แนวคิดเบื้องต้นของวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex)

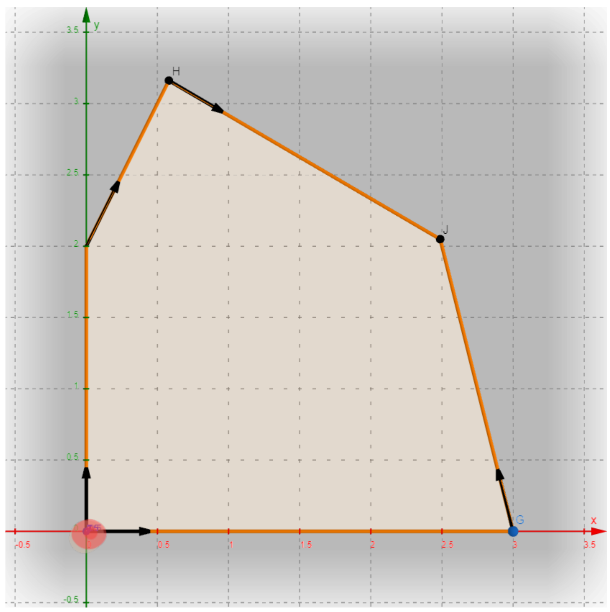
ในหัวข้อที่แล้ว เราศึกษาวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการรูปภาพ ซึ่งข้อจำกัดของวิธีการดังกล่าวคือเราจะสามารถแก้ปัญหาได้แค่กรณี 2 ตัวแปร และจริง ๆ แล้ว เราสามารถทำกับปัญหา 3 ตัวแปรก็ได้เช่นกันแต่จะวาดภาพยากกว่า เพราะต้องดูขอบเขตผลเฉลยใน 3 มิติ แต่ว่าถ้า 4 ตัวแปรเป็นต้นไปเราจะไม่สามารถวาดภาพได้อีกแล้ว ทำให้วิธีการดังกล่าวใช้ไม่ได้อีกต่อไป



2D Visualization **3D Visualization**

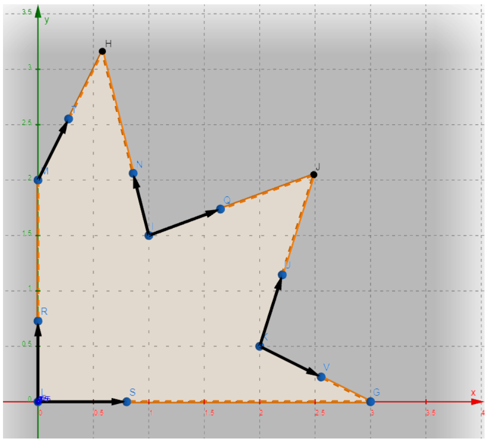
เครื่องมือที่จะใช้ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นสำหรับกรณีใด ๆ ก็ตามที่จะศึกษาในหัวข้อนี้คือวิธีซิมเพล็กซ์ (simplex method) ซึ่งเป็นกระบวนการในการใช้การดำเนินการทางเมทริกซ์เพื่อการเปลี่ยน pivot ที่จะให้ค่าสูงขึ้นเรื่อย ๆ ไล่ไปตามขอบของรูป โดยอาศัยคุณสมบัติตามที่เราได้ศึกษามาในกรณี 2 มิติว่าการเดินตามขอบบนบริเวณที่เป็นรูปนูน (convex) จะพาเราไปจุดผลเฉลยค่าสุดขีดได้แน่ ๆ





ทั้งนี้ สิ่งหนึ่งที่ต้องเน้นย้ำสำหรับขั้นตอนกระบวนการนี้คือสมมติฐานการเป็นรูปนูน เพราะอัลกอริทึมที่กำลังจะได้ศึกษาอาศัยการเดินตามเส้นขอบตามทิศทางที่มีค่าเพิ่มได้ ซึ่งเงื่อนไขที่การันตีการไปจุดผลเฉลยสุดขีดได้คือการเป็นรูปนูนที่ทำให้เราไต่ระนาบขึ้นได้เรื่อย ๆ เสมอตามรูปด้านบนที่เราสามารถเดินทางจากจุด O ไปที่จุด J ที่เป็นผลเฉลยได้ แต่ถ้ารูปพื้นที่

เป็นไปได้ไม่ใช่รูปนูน อาจทำให้เกิดปัญหาที่เรียกว่าการติดค่าสุดขีดสัมพัทธ์ (local extrema) ตามรูปด้านล่าง ซึ่งถ้าเริ่มที่จุด O จะเดินไปได้ไกลสุดแค่จุด H หรือจุด G เท่านั้นตามแนวคิดเบื้องต้นของ simplex แต่ในวิชานี้ เราจะโฟกัสไปแค่ที่โจทย์ที่พื้นที่ผลเฉลยเป็นรูปนูนอยู่แล้ว ดังนั้นนักศึกษาจึงไม่ต้องกังวลเรื่องสมมติฐานดังกล่าว

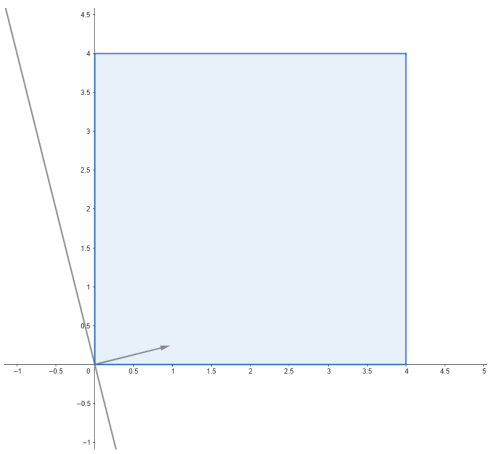


แนวคิดเชิงการคำนวณ (อ่านนอกเวลาเพิ่มเติม): wait revise again

จะขอเริ่มจากตัวอย่างที่ง่ายเพื่อพาไปดูหลักการคิดทีละขั้น (สำหรับนักศึกษาที่สนใจ simplex method เลยสามารถข้ามหัวข้อนี้ได้) โดยปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่จะพิจารณาคือ

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 4x + y \\
\text{subject to} \quad & x \geq 0, \quad y \geq 0 \\
& x \leq 4 \\
& y \leq 4
\end{aligned}
$$

และมีบริเวณการพิจารณาตามรูปด้านล่างนี้ ในรูปจะมีเวกเตอร์แนวการไต่ระดับของระนาบอยู่ และจะเห็นว่าจุด $(4, 4)$ ควรเป็นจุดที่ให้ค่าสูงสุดแน่นอน



แต่รูปแบบอสมการนั้นเป็นรูปแบบที่ไม่เหมาะกับการแก้ปัญหาในเชิงการคำนวณ ทำให้เราต้องเปลี่ยนรูปแบบการเขียนให้อยู่ในรูปแบบสมการเท่ากับ ซึ่งอาศัยคุณสมบัติของระบบจำนวนว่า

คุณสมบัติ 1.3: เปลี่ยนอสมการเป็นสมการ

$x \leq a$ ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนจริง s ที่เป็นบวกหรือศูนย์ที่ทำให้ $x + s = a$

ซึ่งตัวแปร s ในที่นี้มีชื่อเรียกว่าตัวแปรส่วนเกิน (slack variable)

ซึ่งแน่นอนว่าตัวแปรส่วนเกินนี้จะเป็นเพียงแค่ตัวแปรที่เพิ่มเข้ามาในเงื่อนไข ไม่มีผลต่อค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ ดังนั้นเหล่าบรรดาเงื่อนไขอสมการจะต้องมีการเติมตัวแปรส่วนเกินเพื่อทำให้เป็นเงื่อนไขสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \max \quad & 4x + y + 0s_1 + 0s_2 \\ \text{subject to} \quad & x, y, s_1, s_2 \geq 0 \\ & x + s_1 = 4 \\ & y + s_2 = 4 \end{aligned}$$

หมายเหตุสำคัญตัวแปรทุกตัวจะต้องไม่ต่ำกว่า 0 เป็นเงื่อนไขบังคับ

ทีนี้ จะขอกล่าวถึงความหมายของตัวแปรส่วนเกินเชิงรูปภาพกันก่อนว่าคืออะไรในรูปภาพ ทั้งนี้อย่าลืมว่า simplex method คือการเดินตามขอบจากจุดยอดหนึ่งไปยังอีกจุดยอดหนึ่ง เพราะฉะนั้น เราจะพิจารณาแค่จุดตามขอบเท่านั้น รูปภาพด้านล่างนี้เป็นตัวอย่างค่าตัวแปรของจุดตามตำแหน่งขอบต่าง ๆ ซึ่งจะเห็นว่าตัวแปร s_1 ที่เป็นตัวแปรส่วนเกินของตัวแปร x คือตัวแปรที่จะเติมเต็มให้ x เดินไปถึงจุดยอดได้ และถ้าพิจารณาตามจุดยอดต่าง ๆ ก็จะพบว่าระหว่างตัวแปรของปัญหาและตัวแปรส่วนเกินที่คู่กันนั้นจะต้องมีอย่างน้อย 1 ตัวที่แปรที่มีค่าเป็น 0 ตัวอย่างเช่นการเดินตามขอบด้านล่างของรูปภาพในตัวอย่างนี้คือการแลกค่ากันระหว่าง x และ s_1 โดยสมการ $x + s_1 = 4$ ที่จุดยอดซ้ายคือจุดที่ $x = 0, s_1 = 4$ ในขณะที่จุดด้านขวาคือจุดที่ $x = 4, s_1 = 0$ กล่าวคือ การเดินตามขอบของบริเวณที่เป็นไปได้จากจุดยอดไปอีกจุดยอดก็คือการพยายามแลกเปลี่ยนค่าของตัวแปรส่วนเกินให้เป็น 0 นั่นเอง

จากที่กล่าวไปสักครู่ คือวิธีการเดินทางกรณีที่รู้แล้วว่าจะเดินตามขอบใด คำถามต่อมาคือ เมื่อเรายืนอยู่ที่จุดยอดหนึ่งจะรู้ได้อย่างไรว่าต้องเดินไปทางไหน ตัวอย่างเช่นถ้าเรากำลังยืนอยู่ที่จุด $(0, 0)$ จะรู้ได้อย่างไรว่าต้องเดินตามขอบแนวตั้งไปที่ $(0, 4)$ หรือตามขอบแนวนอนไปที่ $(4, 0)$ ซึ่งถ้าอาศัยความรู้ในวิชาแคลคูลัสในแง่ของการดูอัตราการเปลี่ยนแปลง จะทราบได้ทันทีว่าต้องเดินตามแนวแกน x เพราะแนวการเดินใกล้กับเวกเตอร์ระบุทิศทางของระนาบมากที่สุด ซึ่งจริง ๆ แล้วก็สามารถดูได้โดยง่ายจากสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการ $z = 4x + y + 0s_1 + 0s_2$ ที่หมายความว่าการเดินตาม x จะเปลี่ยนค่า z เป็นระยะ 4 หน่วยเมื่อเพิ่ม x ไป 1 หน่วย ในขณะที่ถ้าเดินตาม y จะเปลี่ยนค่าแค่ 1 หน่วยเท่านั้น

ดังนั้น เราจึงสามารถตัดสินใจได้ว่าเราจะเดินตาม x โดยจากเดิมที่ตรึง $x = 0, y = 0$ เราจะเปลี่ยนไปตรึง $s_1 = 0, y = 0$ ซึ่งลักษณะการพิจารณาชุดตัวแปรในลักษณะนี้เราจะเรียกว่าชุดตัวแปรพื้นฐาน (basic variables) ซึ่งคือชุดตัวแปรที่จะถูกมองให้มีค่าเป็น 0 เพื่อใช้คำนวณค่าตัวแปรที่ไม่ใช่ตัวแปรพื้นฐาน (non-basic variables) กล่าวคือ จากเดิมที่เรากำหนดระบบเป็น $s_1 = 4 - x$ และ $s_2 = 4 - y$ โดยที่ $x = 0, y = 0$ จะโดนเปลี่ยนการพิจารณาระบบเป็น $x = 4 - s_1$ และ $s_2 = 4 - y$ โดยที่ $s_1 = 0, y = 0$ ซึ่งเรียกการดำเนินการนี้ว่าการหมุนตัวแปรหลัก (pivot

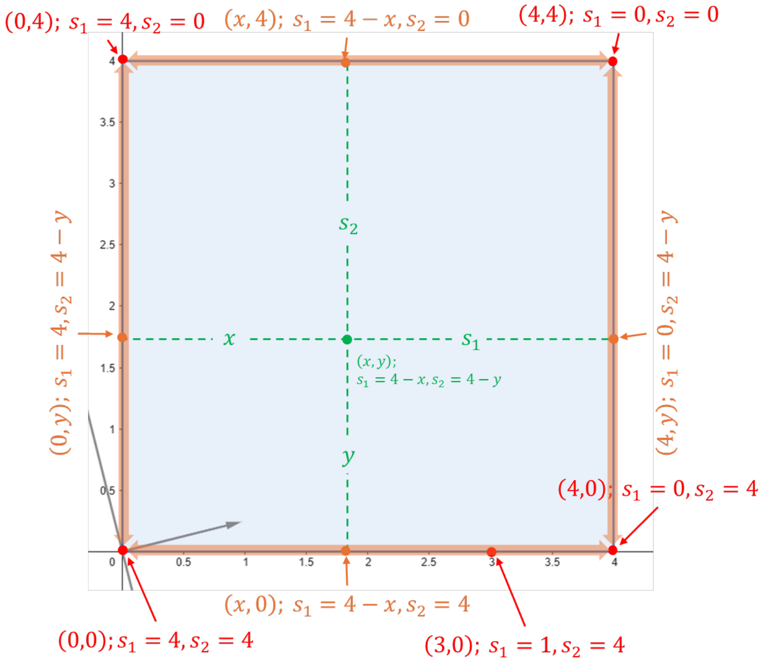


Figure 1.1. Enter Caption

change) จากเดิมที่ s_1, s_2 เป็นตัวแปรหลัก (pivot variable) เราจะเปลี่ยนระบบให้ x, s_2 เป็นตัวแปรหลักแทน

สำหรับการดำเนินการหมุนตัวแปรหลัก ตัวแปรหลักจะไม่สามารถมีเพิ่มได้ ในตัวอย่างจะมีได้แค่ 2 ตัวแปร ดังนั้น การจะนำตัวแปรใหม่เข้ามาเป็นตัวแปรหลัก จึงต้องมีการนำ pivot ตัวเก่าออกหนึ่งตัว ซึ่งจะตามมาด้วยคำถามว่ารู้ได้อย่างไรว่าต้องเอา s_1 ออกจากการเป็นตัวแปรหลักแล้วนำ x มาแทนที่ ซึ่งแนวคิดที่ใช้ในการเดินทางจริง ๆ เป็นเรื่องการเดินตามแนวตัวแปรหลักใหม่อย่างไรให้ไม่หลุดออกจากขอบ ซึ่งเห็นได้ชัดว่าถ้าเดินให้สั้นที่สุดเท่าที่จำเป็นเพื่อจะไปเจอขอบหนึ่งจะการันตีได้ว่าเราจะไม่เดินหลุดขอบแน่นอน ซึ่งคุณสมบัติของการเป็นรูปนูนคือจะไม่มีเส้นขอบใดที่ลากต่อแล้วตัดภายในพื้นที่เสมอดังรูปด้านล่างนี้ เพราะฉะนั้น ในทางปฏิบัติที่เราอาจไม่เห็นรูปภาพ เราจึงต้องเลือกการเดินที่สั้นที่สุดเอาไว้ก่อนเพื่อให้ไม่หลุดขอบถึงแม้จะไม่ใช่ทางที่เร็วที่สุดก็ตาม และเมื่อทราบแล้วว่าต้องเดินไปชนขอบใด จึงค่อยพิจารณาว่าขอบนั้นเป็นขอบประชิดของตัวแปรส่วนเกินตัวไหน

จากตัวอย่างที่เรากำลังพิจารณาอยู่นั้น เราทราบแล้วว่าเราต้องเดินจาก $(0,0)$ ตามแนวตัวแปร x แต่เนื่องจากรูปนี้ยังเป็นรูปอย่างง่ายจึงเห็นชัดว่ามีเส้นทางเดียวเท่านั้นที่ไปได้เมื่อบังคับให้เปลี่ยน x คือเดินตามขอบแนวด้านล่าง และจะไปประชิดที่ขอบ $x = 4$ ซึ่งคือขอบที่ตัวแปรส่วนเกิน $s_1 = 0$ จึงทำให้ทราบว่าเราต้องนำ x ไปเป็นตัวแปรหลักแทน s_1 และให้ s_1 ทำหน้าที่ตัวแปรพื้นฐาน กล่าวคือ ตั้งให้ $s_1 = 0$ และ $y = 0$ เป็นตัวแปรพื้นฐานและได้ว่า $x = 4, y = 0$ เพราะฉะนั้น จาก $z = 4 \times 0 + 1 \times 0 + 0 \times 4 + 0 \times 4 = 0$ ที่จุด $(0,0)$ จะได้ว่าค่าจุดประสงค์ ณ ปัจจุบันเปลี่ยนไปเป็น $z = 4 \times 4 + 1 \times 0 + 0 \times 0 + 0 \times 4 = 16$ และเราจะไม่เดินตาม x อีกแล้ว

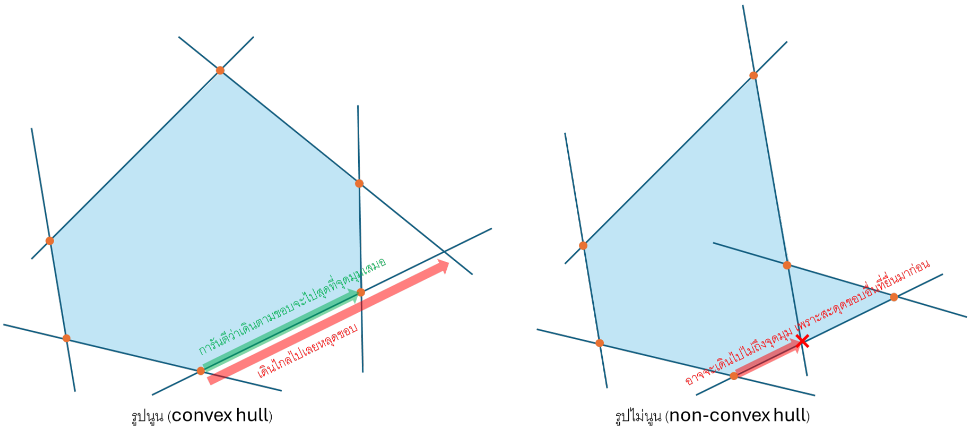


Figure 1.2. Enter Caption

กล่าวคือตอนนี้ระบบเหลือแค่ปัญหา

$$\begin{aligned} \max \quad & y + 0s_2 + 16 \\ \text{subject to} \quad & y, s_2 \geq 0 \\ & y + s_2 = 4 \end{aligned}$$

ซึ่งจะเห็นว่าเปรียบเสมือนการเดินตามแนว y โดยที่จะเอา y ไปเป็นตัวแปรหลักแทน s_2 จึงไปจบที่ขอบที่ $s_2 = 0$ ทำให้ได้ $y = 4$ และจบด้วยการไม่สามารถปรับค่าตัวแปรไหนเพิ่มเติมได้อีกแล้ว จึงได้ว่า $(x, y) = (4, 4)$ เป็นผลเฉลยที่ทำให้ได้ฟังก์ชันค่าจุดประสงค์มากที่สุด และเท่ากับ $z = 4 \times 4 + 1 \times 4 = 20$

ทั้งนี้ ขอสรุปขั้นตอนสำคัญของการทำ simplex method ดังนี้

1. หา pivot ตัวใหม่: พิจารณาหาทิศทางที่ทำให้เปลี่ยนค่าได้เร็วสุดก่อน
2. หา pivot ตัวที่จะถูกแทนที่: เมื่อทราบแนวการเปลี่ยนแล้ว ให้ดูว่าจุดที่ยืนอยู่ปัจจุบันมีเส้นทางไหนที่เดินแล้วถึงขอบเร็วสุดเพื่อป้องกันการหลุดนอกขอบ แล้วตัวแปรส่วนเกินของขอบนั้นจะโดนแทนที่กลายไปเป็นตัวแปรพื้นฐาน (ตัวแปรที่ถูกตั้งค่าให้เป็น 0)
3. กำจัดตัวแปร pivot ใหม่ออกจากระบบ
4. ทำวนไปเรื่อย ๆ จนไม่สามารถเปลี่ยนตัวแปรใด ๆ เพื่อเพิ่มค่าจุดประสงค์ได้อีกแล้ว

1.3.1 Simplex Method Algorithm

ในการทำ simplex นั้นจะนิยมเขียนการคำนวณอยู่ในรูปแบบเมทริกซ์ที่เรียกว่า simplex tableau ดังนี้

ตาราง Simplex

Simplex Tableau

ตัวแปรตัดสินใจ

ตัวแปรส่วนขาด / เกิน

Right Hand Side (ด้านขวา)

basis	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	s_1	$\cdots$	RHS
x_{B_1}	c_{11}	c_{12}	$\cdots$	c_{1n}	c_{1s_1}	$\cdots$	b_1
x_{B_2}	c_{21}	c_{22}	$\cdots$	c_{2n}	c_{2s_1}	$\cdots$	b_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
x_{B_m}	c_{m1}	c_{m2}	$\cdots$	c_{mn}	c_{ms_1}	$\cdots$	b_m
Z	z_1	z_2	$\cdots$	z_n	z_{s_1}	$\cdots$	z

← เงื่อนไขที่ 1

← เงื่อนไขที่ 2

← เงื่อนไขสุดท้าย

← ฟังก์ชันจุดประสงค์

โดยจะกล่าวละเอียดทีละขั้น โดยมีขั้นตอนดังนี้

$100x + 500y \leq 3000$

$\Downarrow$

ส.ป.ส. = 1

$100x + 500y + \boxed{1}S = 3000$

ส่วนขาด

$$
\begin{array}{cccc}
x & y & S & \text{RHS} \\
\end{array}
$$
$$
\begin{bmatrix}
100 & 500 & 1 & 3000 \\
 & & & \\
 & & &
\end{bmatrix}
$$

ขั้นตอน 1.1: Simplex Method

ก่อนอื่น ตัวแปรทุกตัวต้องไม่ติดลบ ($x_i \geq 0$) และเงื่อนไขอยู่ในรูปแบบซึ่งก้อนตัวแปรอยู่ฝั่งซ้ายและค่าคงที่อยู่ฝั่งขวาโดยที่ค่าคงที่ต้องไม่ติดลบ

ขั้นที่ 1. **แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน (Standard Form)**

- ◇ เป้าหมายต้องอยู่ในรูปแบบ **Maximize** $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$
- ◇ ข้อจำกัดต้องอยู่ในรูป **สมการ** โดยการเพิ่มตัวแปรประเภท *slack, surplus, artificial* ตามความเหมาะสม

ขั้นที่ 2. **เขียน Simplex Tableau แรก**

- ◇ สร้างตารางแสดงสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในแต่ละ constraint
- ◇ เพิ่มแถวของสมการ Z และค่าคงที่ (RHS)

ขั้นที่ 3. **เลือกตัวแปรที่จะเข้าสู่ฐาน (Entering Variable)**

- ◇ เลือกตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์ในแถว Z น้อยที่สุด (ติดลบมากที่สุด)
- ◇ ถ้าไม่มีค่าสัมประสิทธิ์ใดติดลบในแถว Z: หยุดได้เลยเพราะได้คำตอบที่เหมาะสมแล้ว

ขั้นที่ 4. **ทำ Minimum Ratio Test เพื่อเลือกตัวแปรที่จะออกจากฐาน (Leaving Variable)**

- ◇ สำหรับแต่ละแถวที่ตัวแปรเข้ามามีสัมประสิทธิ์เป็นบวก ให้คำนวณ:

$$\text{Ratio} = \frac{\text{RHS}}{\text{ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเข้าใหม่}}$$

- ◇ เลือกแถวที่ให้ค่า Ratio ต่ำสุด
- ◇ ถ้าไม่มี Ratio ใดสามารถคำนวณได้ (ทุกสัมประสิทธิ์ ≤ 0) □ ปัญหา **ไม่จำกัดคำตอบ** (Unbounded)

ขั้นที่ 5. **ทำ Pivot เพื่ออัปเดต Tableau**

- ◇ ทำให้ตำแหน่ง Pivot (จุดตัดระหว่างแถวเข้าและออก) มีค่าเป็น 1
- ◇ ปรับแถวอื่นให้ค่าของตัวแปรเข้ามาในคอลัมน์นั้นเป็น 0

ขั้นที่ 6. **ทำซ้ำขั้นตอนที่ 3–5 จนกว่าจะไม่มีสัมประสิทธิ์ติดลบในแถว** Z

ขั้นที่ 7. **อ่านคำตอบจาก Tableau สุดท้าย**

- ◇ ตัวแปรในฐานจะมีค่าตรงกับ RHS
- ◇ ตัวแปรที่ไม่อยู่ในฐานจะมีค่าเป็น 0
- ◇ ค่า Z ที่เหมาะสมที่สุดอยู่ในมุมขวาล่างของแถว Z

ง่าย

1.3.1.1 กรณีที่ 1: เงื่อนไขมีแต่ $\leq$ (จุดกำเนิดเป็น basic feasible solution)

กรณีนี้เป็นกรณีที่ง่ายที่สุด เพราะเป็นกรณีที่เริ่มกระบวน simplex ได้ทันทีที่จุดกำเนิดโดยไม่ต้องมีการปรับแต่งอะไรก่อนหน้า ในการอธิบายวิธีการของกรณีนี้ จะขอใช้ตัวอย่างดังนี้

$$
\begin{array}{ll}
① \ \boxed{\max} & 3x + 5y \\
\text{subject to } ② & \boxed{x \geq 0, \quad y \geq 0} \\
③ \text{ ปรับให้ "="} & x \leq 4 \\
 & y \leq 6 \\
 & 3x + 2y \leq 18
\end{array}
$$

$0 \leq 4$

$0 \leq 6$

$3 \times 0 + 2 \times 0 \leq 18$

ขั้นที่ 1: แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน (Standard Form)

$2 + 3 = 5$

0 1 2 3 4 5 6 7 8

น้อยกว่า มากกว่า

- เป้าหมาย $\max 3x + 5y$ อยู่ในรูป **การเพิ่มค่า (Maximization)** อยู่แล้ว
- แต่ถ้าเป้าหมายเป็น **Minimization**, ต้องแปลงเป็น **Maximization** โดยเปลี่ยนเครื่องหมาย:

$$\text{Minimize } Z = c_1x_1 + c_2x_2 \quad \Rightarrow \quad \text{Maximize } -Z = -c_1x_1 - c_2x_2$$

$\boxed{\text{Maximize } -Z}$

$2 < 3$

เพราะ $2 + 1 = 3$

ถ้ายืนที่ 2 ต้องไปทางขวา 1 หน่วย ถึงจะเจอเลข 3

- ทุกตัวแปรต้องมีเงื่อนไข **ไม่ติดลบ**:

$$x_i, s_i, a_i \geq 0$$

ถ้าติดลบ ให้เปลี่ยนเป็นตัวแปรใหม่ $x_{new} = -x$ (แต่ในกรณีนี้ยังไม่มี)

ขาด

***
- ข้อจำกัดทั้งหมดต้องเขียนในรูปสมการ (equalities) โดยข้อจำกัดแบบ $\leq$, ให้เพิ่ม **ตัวแปรส่วนขาด** (Slack Variable) s_i: $a_1x_1 + a_2x_2 \leq b \quad \Rightarrow \quad a_1x_1 + a_2x_2 + s_i = b$

$a_1x_1 + a_2x_2 + s_i = b$

ตัวแปรส่วนขาด

$s_i \geq 0$

ตัวอย่าง 1.3.1: เปลี่ยนรูปมาตรฐานกรณี 1

จงเปลี่ยนปัญหา

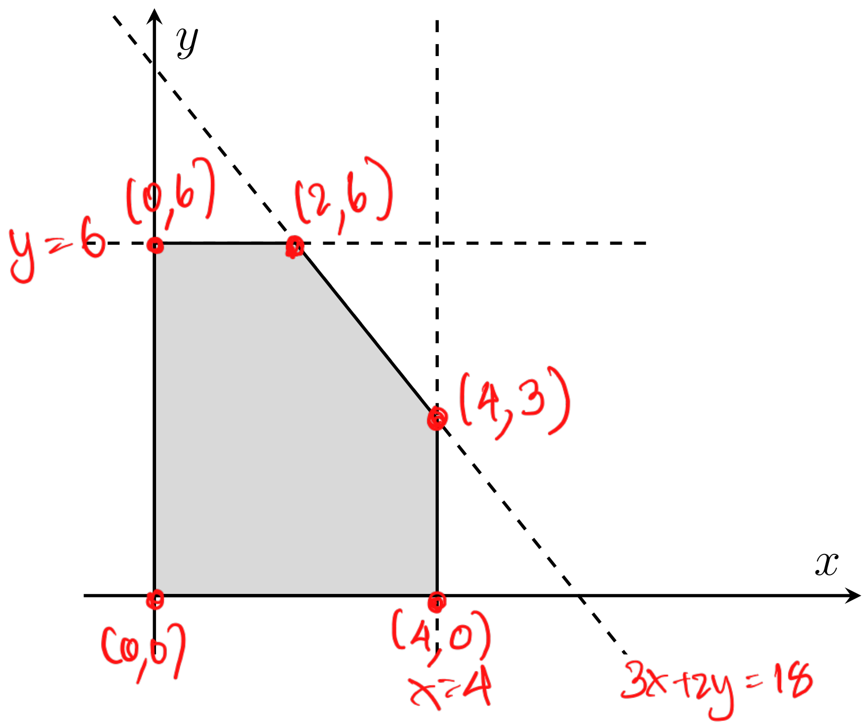
$x + s_1 = 4$

1 2 3 4

$$
\begin{array}{lll}
\max & 3x + 5y & + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 = Z \\
\text{subject to} & x \geq 0, \quad y \geq 0 & , s_1 \geq 0, s_2 \geq 0, s_3 \geq 0 \\
 & x \leq 4 & \rightsquigarrow x + s_1 = 4 \\
 & y \leq 6 & \rightsquigarrow y + s_2 = 6 \\
 & 3x + 2y \leq 18 & \rightsquigarrow 3x + 2y + s_3 = 18
\end{array}
$$

ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน

$$
\boxed{
\begin{array}{ll}
\text{Max} & 3x + 5y + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 \\
\text{s.t.} & x, y, s_1, s_2, s_3 \geq 0 \\
 & x + s_1 = 4 \\
 & y + s_2 = 6 \\
 & 3x + 2y + s_3 = 18
\end{array}
}
$$



ขั้นที่ 2: เขียน Simplex Tableau แรก

โดยให้กลุ่มตัวแปรส่วนขาดเป็นตัวแปร pivot ของระบบก่อน และให้ตัวแปรตัดสินใจเป็นตัวแปรพื้นฐาน กล่าวคือเราให้จุดกำเนิดเป็นผลเฉลยตั้งต้น และนอกจากนั้น เราจะให้แถวสุดท้ายมีค่าเป็นค่าติดลบของสัมประสิทธิ์แต่ละตัวแปรในฟังก์ชันจุดประสงค์ z และ RHS มีค่าเป็น 0

ตัวอย่าง 1.3.2: Initial Simplex Tableau

จากรูปมาตรฐานที่ได้จากตัวอย่างที่ผ่านมา จะเขียน Simplex tableau เริ่มต้นได้ดังนี้

$x, y = 0$

basis	(nb) x	(nb) y	(b) s_1	(b) s_2	(b) s_3	RHS
s_1	1	0	1	0	0	4
s_2	0	1	0	1	0	6
s_3	3	2	0	0	1	18
z	-3	-5	0	0	0	0

ทุกครั้งจะเริ่ม basis ด้วยตัวแปรเพิ่มเสมอ

0 ⋮ 0 } 0 ล้วน
1
0 ⋮ 0 } 0 ล้วน

(b) = basis = ฐาน
(nb) = non-basis ⟹ ถูกตั้งค่าให้เป็น 0
ให้ (nb) ไปหาค่าตัวแปร (b)

@ $x, y = 0$

$0 + s_1 = 4 \rightarrow s_1 = 4$

$0 + s_2 = 6 \rightarrow s_2 = 6$

$3(0) + 2(0) + s_3 = 18 \rightarrow s_3 = 18$

$z = 3x + 5y + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 = 3\cdot 0 + 5\cdot 0 + 0\cdot 4 + 0\cdot 6 + 0\cdot 18 = 0$

เริ่มที่ 0 เสมอ
($z = 0$ ในเวลานี้)
ทุก ๆ ครั้ง ผลการคำนวณจะมีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ

แถวของ สปส. ของฟังก์ชันจุดประสงค์ต้องติดลบเสมอ

Max $3x + 5y + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$

s.t. $x, y, s_1, s_2, s_3 \geq 0$

$x + s_1 = 4$

$y + s_2 = 6$

$3x + 2y + s_3 = 18$

กลับมาตอน 10:45

phaphonteey@sau.ac.th

หมายเหตุ: จริง ๆ แล้วเรายังมีอีกคอลัมน์นึงที่ถูกซ่อนไว้คือคอลัมน์ของตัวแปรจุดประสงค์ z ซึ่งจะสามารถเขียนได้เป็น

Pivot	z	x	y	s_1	s_2	s_3	RHS
s_1	0	1	0	1	0	0	4
s_2	0	0	1	0	1	0	6
s_3	0	3	2	0	0	1	18
z	1	-3	-5	0	0	0	0

$x, y = 0$
$s_1 = 4$
$s_2 = 6$
$s_3 = 18$

แต่เนื่องจากไม่ว่าจะดำเนินการในขั้นอื่น ๆ ต่อไปอย่างไร คอลัมน์นี้จะไม่มีทางเปลี่ยนแปลงแน่นอน ดังนั้นจึงละการเขียนคอลัมน์นี้ไว้

คุณสมบัติ 1.4: คำถาม

1. ทำไมแถวของฟังก์ชันจุดประสงค์ถึงต้องใช้ค่าติดลบของสัมประสิทธิ์ และทำไมฝั่ง RHS ถึงต้องมีค่าเป็น 0
2. การเป็น basis (ฐาน) ของตัวแปรหมายถึงอะไร
3. อะไรในตารางที่บอกเราว่าปัจจุบันเรายืนอยู่ที่จุด $(0, 0)$

$$\boxed{\begin{array}{l}\max\ z \\ \max\ 3x+5y\end{array}}$$

$$z = 3x + 5y + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$$

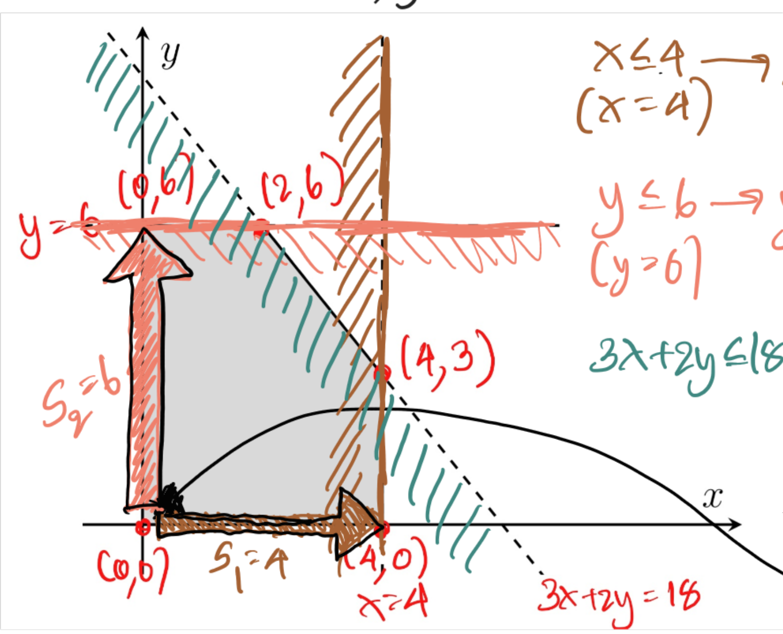
$$z - 3x - 5y + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 = 0$$

② : ตัวแปรฐาน คือตัวแปรที่จะถูกคำนวณค่าจากตัวแปร non-basis ที่ถูกตั้งค่าเป็น 0 ไว้

s_1, s_2, s_3 เป็น basis (จะไม่อยู่ร่วมสมการกัน)

x, y เป็น non-basis ⇝ $x, y = 0$

$$\boxed{\begin{array}{l} x + s_1 = 4 \\ y + s_2 = 6 \\ 3x + 2y + s_3 = 18 \end{array}}$$



$x \le 4 \rightarrow x + s_1 = 4$
$(x = 4)$

$y \le 6 \rightarrow y + s_2 = 6$
$(y = 6)$

$3x + 2y \le 18 \rightarrow 3x + 2y + s_3 = 18$

แทนค่า nb $\boxed{\begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \end{array}}$

$0 + s_1 = 4$
$0 + s_2 = 6$
$3 \times 0 + 2 \times 0 + s_3 = 18$

$\Rightarrow$ $s_1 = 4$, $s_2 = 6$, $s_3 = 18$

$s_1 = 4, s_2 = 6, s_3 = 18$

เรากำลังยืนที่จุด $(x, y) = (0, 0)$

{x, y} เปลี่ยนฐาน ≡ ย้ายมุม ≡ Pivot

ขั้นที่ 3: เลือกตัวแปรที่จะเข้าสู่ฐาน (Entering Variable)

(ฐานเดิม $s_1 = 4$, $s_2 = 6$, $s_3 = 18$)

จากตำแหน่งที่ยืนอยู่ ณ ปัจจุบัน สิ่งที่เราต้องหาในขั้นตอนถัดไปคือควรจะเดินไปตามทางไหน ซึ่งแน่นอนว่าเราไม่ได้ระบุการเดินแบบบอกทิศการเดินชัดเจน (ถึงแม้ในกรณีนี้เราจะทราบว่าการเดินไปตามเวกเตอร์ $(3, 5)$ จะเป็นทิศที่ไต่ขึ้นได้เร็วสุดก็ตาม) เพราะหลักการของ simplex คือการเดินตามขอบ เพราะฉะนั้นเราจึงบอกทิศการเดินแบบคร่าว ๆ ว่าจะเดินไปตามแนวแกนของตัวแปรใดก็เพียงพอแล้ว (ในที่นี้คือแนวแกน x หรือแนวแกน y)

วิธีการที่จะเลือกว่าเราควรเดินไปทิศทางใด คือการดูสัมประสิทธิ์ของตัวแปรนั้นที่อยู่ในฟังก์ชันจุดประสงค์

ตัวอย่าง 1.3.3: การเลือกตัวแปรฐานใหม่

จากฟังก์ชันจุดประสงค์ (ในปัจจุบัน) $\boxed{z = 3x + 5y + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3}$ ถ้า แต่ละตัวแปรมีค่าเปลี่ยนไป +1 แล้วค่า z จะมีค่าเปลี่ยนไปเท่าไหร่บ้าง และการเปลี่ยนตัวแปรใดทำให้เพิ่มค่า z ได้มากที่สุด

ถ้า x เปลี่ยน +1 → z เปลี่ยนไป +3

$z_{เก่า} = \cancel{3x} + \cancel{5y} + \cancel{0s_1} + \cancel{0s_2} + \cancel{0s_3}$

$z_{ใหม่} = 3(x+1) + 5y + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$

$z_{ใหม่} = \cancel{3x} + 3 + \cancel{5y} + \cancel{0s_1} + \cancel{0s_2} + \cancel{0s_3}$

$\therefore z_{ใหม่} - z_{เก่า} = 3$

ค่า z เปลี่ยนไป +3 หน่วย

$x = 4$

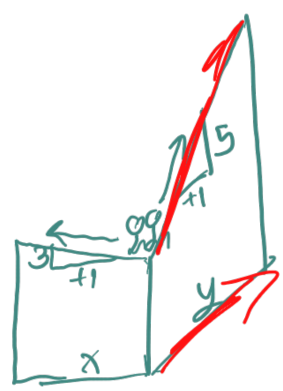
$z_{เก่า} = 3(4) + 5(2) + 0(\_) + 0(\_) + 0(\_)$
$= 22$

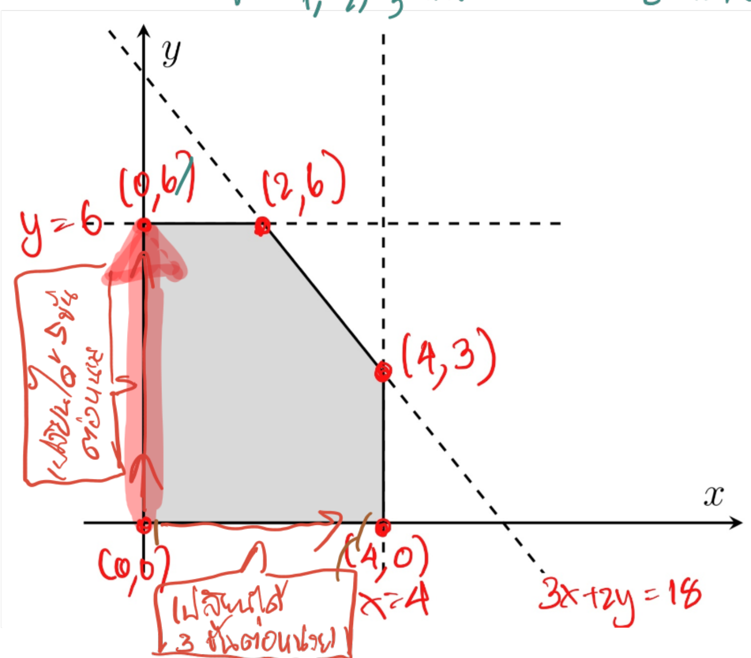
$z_{ใหม่} = 3(5) + 5(2) + 0 \ldots$
$x = 5$ $= 25$

เปลี่ยน z ไป +3 หน่วย

ถ้า y เปลี่ยน +1 → z เปลี่ยนไป +5

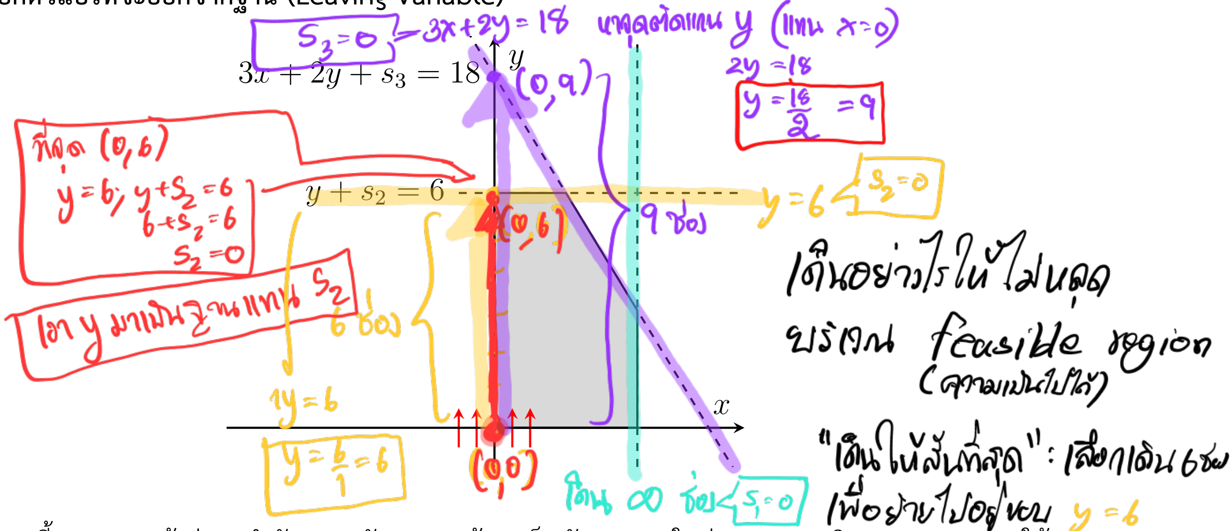
ถ้า s_1, s_2, s_3 เปลี่ยน +1 → z เปลี่ยนไป 0





(ขั้น 3) เลือกเดินทาง y จะขึ้นได้เร็วสุด
∴ กำลังจะเอา y เข้ามาเป็นฐานใหม่

ขั้นที่ 4: เลือกตัวแปรที่จะออกจากฐาน (Leaving Variable)



ณ ขั้นตอนนี้ เราทราบแล้วว่าเรากำลังจะเอาตัวแปร y เข้ามาเป็นตัวแปรฐานใหม่ เพราะการเดินตามแนวแกน y ให้การเปลี่ยนค่า z ได้มากที่สุด ซึ่งจากรูปภาพเราจะเห็นว่าจะมีเพียงขอบด้านซ้าย (เดินไปตามแกน y) เท่านั้นที่เป็นเส้นทางการเดินเดียวจากจุด $(0, 0)$

คำถามต่อมาคือเดินควรไกลแค่ไหนถึงจะมั่นใจได้ว่าเดินไปถึงจุดมุมของบริเวณแน่ ๆ ซึ่งถ้าเดินสั้นไปจะเดินไม่ถึงจุดมุม แต่ถ้าเดินไกลไปก็จะเลยจุดมุม เพราะฉะนั้น เราจึงใช้ตัวแปรส่วนขาดเป็นตัวบอกว่าขอบของตัวแปรส่วนขาดใดอยู่ใกล้ที่สุด (ในกรณีอื่นอาจมีได้หลายเส้นทาง แต่เราก็จะเลือกอันที่ใกล้ที่สุดอยู่) หรือกล่าวคือ เรากำลังจำลองว่าจะต้องเปลี่ยนค่า y เท่าไหร่เพื่อให้ตัวแปรส่วนขาดของเส้นดังกล่าวมีค่าเป็น 0

ตัวอย่าง 1.3.4: การเลือกตัวแปรเพื่อออกจากฐาน

จากรูปจะเห็นว่าถ้าเราเดิน จะไปพบได้ 2 เส้นเท่านั้นคือเส้นของ s_2 และเส้นของ s_3 จงหาค่า y ของแต่ละเส้นที่ทำให้ตัวแปรส่วนขาดของเส้นดังกล่าวมีค่าเป็น 0 (สุดท้ายจะได้ว่าต้องเดินไปเส้นของ s_2) และเราจะสามารถเขียนแสดงผลลัพธ์ดังกล่าวในรูปแบบ simplex tableau ได้อย่างไร

ขั้นที่ 3 : เอา y มาเป็นฐาน

พิจารณาว่าจะเอาตัวแปรไหนออกจากฐาน จากตาราง

	x	y	s_1	s_2	s_3	R	อัตราส่วน
s_1	1	0	1	0	0	4	$4/0 = \infty$
s_2	0	1	0	1	0	6	$6/1 = 6$
s_3	3	2	0	0	1	18	$18/2 = 9$
z	-3	-5	0	0	0	0	

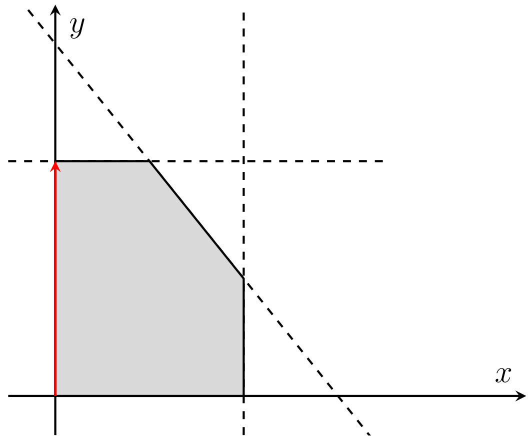
บอกจำนวนช่องที่จะเดินไปถึงขอบของเส้นนั้น (ตามแนว y)

เดิน 6 ช่องถึงขอบ s_2 สั้นสุด ($y+s_2=6$)

เดิน 9 ช่องถึงขอบ s_3 ($3x+2y+s_3=18$)

เอา s_2 ออกจากฐาน

ขั้นที่ 5: ทำ Pivot Row Operation เพื่ออัปเดต Tableau



ตามความหมายในวิชาพีชคณิตเชิงเส้นเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นนั้น pivot หมายถึงคอลัมน์ในเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ที่มีสมาชิกเป็น 1 อยู่ตัวเดียว (เรียกว่า pivot element) และที่เหลือเป็น 0 ล้วน โดยในแต่ละแถวจะมี pivot element ได้ไม่เกิน 1 ตัว ซึ่งจากการที่เราบังคับให้ s_2 ออกจากการเป็นฐาน และนำ y เข้ามาเป็นฐานแทน s_2 จึงต้องการให้ตาราง simplex อันใหม่มีหน้าตาดังนี้

เอา y เข้า (ขั้น 3)

เอา s_2 ออก (ขั้น 4)

~~Pivot~~ basis	x	y	s_1	s_2	s_3	RHS
s_1	1	0	1	0	0	4
s_2	0	1	0	1	0	6
s_3	3	2	0	0	1	18
z	-3	-5	0	0	0	6

$\Longrightarrow$

ทำตำแหน่งตรงกัน = 1

ที่เหลือให้เป็น 0

~~Pivot~~ basis	x	y	s_1	s_2	s_3	RHS
s_1	$*$	0	1	$*$	0	$*$
y	$*$	1	0	$*$	0	$*$
s_3	$*$	0	0	$*$	1	$*$
z	$*$	0	0	$*$	0	$*$

*****

ตัวอย่าง 1.3.5: การเปลี่ยน pivot ของระบบ

1. แปลง simplex tableau ให้เป็นของระบบ pivot s_1, y และ s_3 และให้เหตุผลว่าทำไมระบบปัจจุบันถึงแสดง
2. สถานะว่ากำลังยืนอยู่ที่จุด $(0, 6)$

การดำเนินการตามแถว

R = row = แถว

	x	y	s_1	s_2	s_3	
R_1 :	1	0	1	0	0	4
R_2 :	0	1	0	1	0	6
R_3 :	3	2	0	0	1	18
R_4 :	-3	-5	0	0	0	0

$(-2)(1)+2=0$

$(-2)(0)+3=3$

$(-2)(0)+(0)=0$

$(-2)(1)+(0)=-2$

$(-2)(0)+1=1$

$(-2)(6)+18=6$

$\boxed{-2}R_2 + R_3 \xrightarrow{\text{แทนที่}} R_3$

$\boxed{-2}(1)+2 = 0$ อยากให้ตรงนี้เป็น 0

	x	y	s_1	s_2	s_3	R
s_1	1	0	1	0	0	4
y	0	1	0	1	0	6
s_3	3	0	0	-2	1	6
z	-3	0	0	5	0	30

	x	y (6)	s_1 (6)	s_2	s_3 (6)	R
S_1	1	0	1	0	0	4
y	0	1	0	1	0	6
S_3	3	0	0	-2	1	6
Z	-3	0	0	5	0	30

ติดลบจาก Z เดิม

Non-basis

$x, s_2 = 0$

$\cancel{x} + s_1 = 4 \rightarrow s_1 = 4$

$y + \cancel{s_2} = 6 \rightarrow y = 6$

$\cancel{3x} - \cancel{2s_2} + s_3 = 6 \rightarrow s_3 = 6$

$(x, y) = (0, 6)$ จุด $(0,6)$

Z เดิม

$Z = 3x + 5y$

$3(0) + 5(6)$

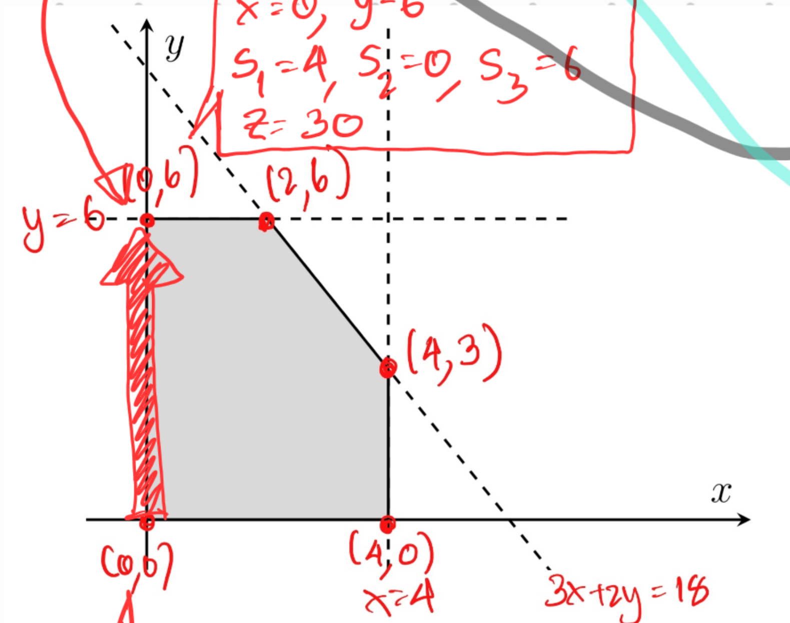
$0 + 30 = 30$

$Z - 3x + 5s_2 = 30$

$Z - 3(0) + 5(0) = 30$

$Z = 30$

$x = 0,\ y = 6$
$s_1 = 4,\ s_2 = 0,\ s_3 = 6$
$Z = 30$



$x = 0,\ y = 0$
$s_1 = 4,\ s_2 = 6,\ s_3 = 18$
$Z = 0$

1 สรุปการทำ simplex

1) ดูว่าจะเอาตัวแปรอะไรมาเป็นฐานตัวใหม่ (ขั้น 3) ด้วยการดู ส.ป.ส. ของแถวล่างสุด ว่าตัวไหนติดลบมากสุด

	x	y	s_1	s_2	s_3	R
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
z	-3	-5	0	0	0	0

2) หาตัวแปรที่จะออกจากฐานเดิม (ขั้น 4) ด้วยการเอาเลขในแนวตั้งของฐานใหม่ ไปหารหลักขวาสุด → เลือกแถวที่ผลหารน้อยสุด

	y	R	ผลหาร
s_1	0	4	$4/0 = \infty$
s_2	1	6	$6/1 = 6$
s_3	2	18	$18/2 = 9$

3) 3.1) ทำตำแหน่งของตัวแปรฐานอันใหม่ให้เป็น 1 ด้วยการเอาเลขในตำแหน่งนั้นหารทั้งแถว

	x	y	s_1	s_2	s_3	R
S_2	0/1	1/1	0/1	1/1	0/1	6/1

***

	y
S_1	0
y	→ 1
S_3	0
Z	0

3.2) ดำเนินการตามแถวเพื่อกำจัดเลขในหลักใหม่ให้เป็น 0

ขั้นที่ 6: วนซ้ำขั้นที่ 3-5 จนกว่าจะไม่มีสัมประสิทธิ์ติดลบในแถวของ z

ตัวอย่าง 1.3.6: ทำต่อ

ทำขั้นตอนที่ 3-5 วนจนกว่าจะจบกระบวนการ และแปลผลตารางสุดท้าย (ขั้นที่ 7)

ตารางรอบ 2 ตารางรอบ 3 ขั้นที่ 4

	x	y	s_1	s_2	s_3	R	R/x
s_1	1	0	1	0	0	4	4/1 = 4
y	0	1	0	1	0	6	6/0 = ∞
s_3	3/3	0/3	0/3	-2/3	1/3	6/3	6/3 = 2
z	-3	0	0	~~5~~	0	30	

มีอัตราน้อยสุด

ขั้นที่ 3 เลือก x มาเป็นฐานใหม่

s_2 เพิ่ม z ลด

กำจัดแถว 1

$\boxed{\ }R_3+R_1$

$\boxed{-\frac{1}{3}}(3)+1=0$

กำจัดแถว 4

$\boxed{1}R_3+R_4$

$\boxed{1}(3)+(-3)=0$

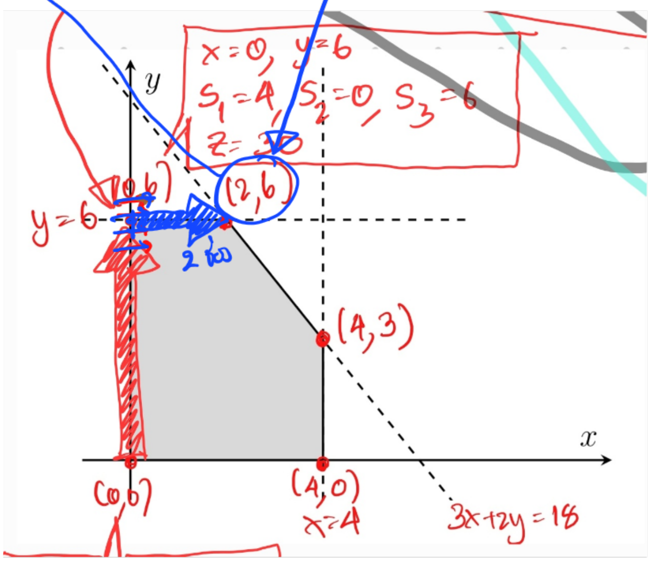
$R_3/3$

	(b) x	(b) y	(b) s_1	s_2	s_3	R
s_1	0	0	1	2/3	1/3	2
y	0	1	0	1	0	6
x	1	0	0	-2/3	1/3	2
z	0	0	0	3	1	36

$s_2=0$
$s_3=0$

$y=6$
$x=2$
(2,6)

อัพเดตต่อไม่ได้ ได้ค่าสูงสุดแล้ว



ได้ค่าสูงสุด $z=36$ ที่ $x=2$, $y=6$

วิดีโอเรียนเพิ่ม
✓① การทำ pivot Row operator
✓② การทำ simplex ของ 1.3.1.2

ตัวอย่าง 1.3.7

ใช้วิธี simplex หาผลเฉลยของกำหนดการเชิงเส้น

$$\begin{aligned} \max \quad & 4x + 2y \\ \text{subject to} \quad & x \geq 0, \qquad y \geq 0 \\ & x \leq 2 \\ & y \leq 3 \\ & x - y \leq 1 \\ & x + y \leq 4 \end{aligned}$$

1.4 การแก้ปัญหาด้วย Excel Solver

สถานการณ์จำลอง

โรงงานผลิตน้ำผลไม้แห่งหนึ่งมีผลิตภัณฑ์ 4 ชนิด ได้แก่ น้ำส้ม (A), น้ำแอปเปิ้ล (B), น้ำองุ่น (C) และน้ำเสาวรส (D) โดยการผลิตแต่ละชนิดต้องใช้วัตถุดิบและเวลาที่แตกต่างกัน โรงงานมีข้อจำกัดด้านวัตถุดิบ วัตถุบรรจุ และแรงงานต่อวันตามตารางด้านล่าง

ทรัพยากร / ผลิตภัณฑ์	A (น้ำส้ม)	B (น้ำแอปเปิ้ล)	C (น้ำองุ่น)	D (น้ำเสาวรส)
วัตถุดิบ (ลิตร)	2.0	1.5	2.2	1.0
วัตถุบรรจุ (หน่วย)	1.0	1.0	0.8	1.2
แรงงาน (ชม.)	0.5	0.7	0.6	0.4
กำไรต่อหน่วย (บาท)	10	8	12	9

ข้อจำกัดต่อวัน:

- วัตถุดิบไม่เกิน 500 ลิตร
- วัตถุบรรจุไม่เกิน 250 หน่วย
- ชั่วโมงแรงงานไม่เกิน 120 ชั่วโมง

คำสั่งในการทำงาน

1. กำหนดให้ตัวแปร x_1, x_2, x_3, x_4 แทนจำนวนหน่วยของ A, B, C, D ตามลำดับ
2. เขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบ LP โดยกำหนด
   - **ฟังก์ชันวัตถุประสงค์:** Maximize กำไรรวม
   - **ข้อจำกัด:** ทรัพยากรไม่เกินที่กำหนด
   - **เงื่อนไข:** $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$
3. เปิด Excel และสร้างตารางการคำนวณ (Decision Variables, Total Usage, Constraints)
4. ใช้ **Solver** เพื่อหาคำตอบที่ให้กำไรสูงสุด โดยกำหนดเงื่อนไขที่เหมาะสม
5. บันทึกผลลัพธ์ที่ได้

คำถามท้ายแล็บ

a. ผลลัพธ์ที่ได้คือ: $x_1 =$ ___, $x_2 =$ ___, $x_3 =$ ___, $x_4 =$ ___ และกำไรสูงสุดคือ ___ บาท

b. ข้อจำกัดใดที่ใช้เต็มความสามารถ? และข้อจำกัดใดที่ยังมีทรัพยากรเหลือ?

c. หากโรงงานสามารถเพิ่มแรงงานได้อีก 10 ชั่วโมง จะส่งผลต่อกำไรหรือไม่?

d. หากบริษัทต้องการผลิตแบบจำนวนเต็ม จะต้องเปลี่ยนการตั้งค่า Solver อย่างไร?

Assignment

จากสถานการณ์ของบริษัท ABC Furniture ที่ต้องการวางแผนการผลิต “โต๊ะทำงาน” และ “ตู้เก็บเอกสาร” เพื่อให้ได้กำไรสูงสุดภายใต้ข้อจำกัดของแรงงานและวัตถุดิบ (ตามสถานการณ์ในต้นบท)

Homework
① Simplex Method (B2)
② ใช้ Excel Solver (B4)

เสาร์ 15:00

วันอาทิตย์ quiz : Simplex 1 ตาราง 1 ขั้น

Part A: การสร้างโมเดลคณิตศาสตร์

1. จากสถานการณ์ของบริษัท ABC Furniture
   (a) กำหนดตัวแปรให้ชัดเจน
   (b) เขียนสมการเป้าหมาย (Objective Function)
   (c) เขียนข้อจำกัดทั้งหมด (Constraints)
   (d) ระบุ Domain ของตัวแปร

Part B: การวิเคราะห์และคำนวณผลลัพธ์

1. หาผลเฉลยด้วยวิธีการวาดกราฟ
2. หาผลเฉลยด้วยวิธี Simplex method
3. จงอธิบายความหมายทางเรขาคณิตของแต่ละ simplex tableau ที่ได้ในข้อที่ผ่านมา
4. หาผลเฉลยด้วย Excel Solver
5. ถ้าบริษัทเพิ่มแรงงานได้เป็น 1,200 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ ข้อจำกัดเปลี่ยนแปลงอย่างไร และคำตอบใหม่คืออะไร?
6. ถ้าราคาขายตู้เก็บเอกสารเพิ่มเป็น 1,800 บาท จะมีผลต่อคำตอบอย่างไร? ควรผลิตเปลี่ยนไปหรือไม่?

Part C: Sensitivity Analysis

เราสามารถลด (หรือเพิ่ม) ทรัพยากรได้แค่ไหน โดยที่คำตอบที่ดีที่สุด (optimal solution) ยังไม่เปลี่ยน?

1. อธิบายเงื่อนไขเชิงเรขาคณิตที่ทำให้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดยังคงอยู่ที่เดิม เมื่อเปลี่ยนค่าด้านขวาของข้อจำกัด (RHS)
2. พิจารณาว่าเราสามารถลดค่าของ RHS ของข้อจำกัดแรงงาน (1000) และวัตถุดิบ (800) ลงอย่างละเท่าไร โดยที่จุดคำตอบเดิมยัง feasible และยังเป็นคำตอบที่ให้ค่า Z มากที่สุด