

(Finite State Markov)

CHAPTER 4

(Markov Chain)

การวิเคราะห์เชิ่งมาร์คอฟ (Markov Analysis)

• ลักษณะของลูกค้า / สินค้า

• สถานะที่เปลี่ยนสถานะ → รู้เพียงแต่สถานะใหม่จะเป็นอย่างไร

โจทย์ธุรกิจ

สถานการณ์ต้นบท: ความภักดีของลูกค้า (Customer Loyalty)

หลังจากผ่านสถานการณ์ความไม่แน่นอนของตลาดและการตัดสินใจเรื่องกลยุทธ์การผลิตแล้ว ฝ่ายการตลาดของบริษัท ABC Furniture สังเกตเห็นปรากฏการณ์สำคัญที่กำลังส่งผลกระทบต่อผลประกอบการของบริษัท นั่นคือเรื่องของ “การรักษาฐานลูกค้าจากบริการหลังการขาย”

คุณสมชายและฝ่ายการตลาดพบข้อมูลที่น่าสนใจว่า ในแต่ละไตรมาส ลูกค้าของบริษัทมีแนวโน้มที่จะเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในการใช้บริการหลังการขายดังนี้:

- ◇ ลูกค้าบางส่วนเป็นลูกค้าประจำ (Loyal Customers) ที่ใช้บริการต่อเนื่องทุกไตรมาส
- ◇ ลูกค้าบางส่วนเป็นลูกค้าเปลี่ยนใจง่าย (Occasional Customers) ที่ใช้บริการบ้างไม่ใช้บริการบ้าง
- ◇ ลูกค้าบางส่วนเป็นลูกค้าที่หายไป (Lost Customers) ซึ่งหยุดใช้บริการจากบริษัท

ฝ่ายการตลาดต้องการวิเคราะห์ว่า ในแต่ละไตรมาสนั้น ลูกค้าจะเปลี่ยนแปลงสถานะจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มหนึ่งอย่างไร เพื่อที่จะได้วางแผนกลยุทธ์การตลาดและการบริหารความสัมพันธ์กับลูกค้า (CRM) ให้เหมาะสม

อีเมลจากคุณสมชาย:

ข้อความ

“ในช่วงไตรมาสที่ผ่านมา เราเริ่มสังเกตเห็นว่าฐานลูกค้าของเราเปลี่ยนแปลงเร็วมาก มีลูกค้าประจำหลายรายที่กลายเป็นลูกค้าเปลี่ยนใจง่าย และลูกค้ากลุ่มเปลี่ยนใจง่ายจำนวนไม่น้อยที่หยุดใช้บริการเราไปเลย แต่ในทางกลับกัน ก็ยังมีลูกค้าใหม่ๆ ที่เปลี่ยนจากลูกค้าเปลี่ยนใจง่ายมาเป็นลูกค้าประจำได้ด้วย เราอยากวิเคราะห์ให้ลึกกว่านี้ว่าการเปลี่ยนสถานะของลูกค้าเกิดขึ้นในลักษณะไหน เพื่อช่วยให้เราออกแบบกลยุทธ์รักษาลูกค้าได้ดีขึ้นครับ”

คำถามชวนคิดก่อนเรียน:

1. จากสถานการณ์ที่คุณสมชายเล่าให้ฟัง บริษัท ABC Furniture กำลังเจอกับปัญหาลักษณะใด?
2. คุณคิดว่าการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของลูกค้าในแต่ละไตรมาสเป็นเรื่องที่เราวิเคราะห์ได้อย่างไร?
3. หากเราจะสร้างแบบจำลองเพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมลูกค้า ควรเก็บข้อมูลลักษณะใดบ้าง?

4. สถานการณ์เช่นนี้ เหตุใดบริษัทจึงควรสนใจเรื่อง “การรักษาฐานลูกค้า” มากกว่าการหาลูกค้าใหม่เพียงอย่างเดียว?
5. คุณคิดว่าการเปลี่ยนจากลูกค้าประจำไปเป็นลูกค้าเปลี่ยนใจง่าย หรือไปเป็นลูกค้าหายไป มีความสำคัญต่างกันหรือไม่ อย่างไร?

% ของอะไร

4.1. ลักษณะของปัญหาที่ใช้ตัวแบบมาร์คอฟแก้ปัญหา

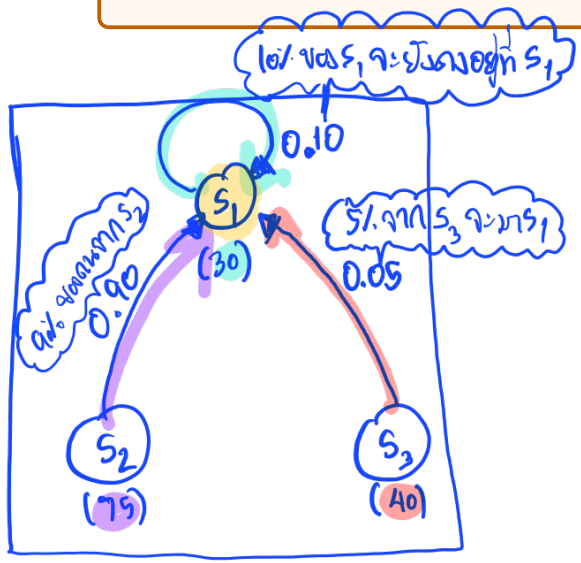
4.1 ลักษณะของปัญหาที่ใช้ตัวแบบมาร์คอฟแก้ปัญหา

- ◇ ตัวแบบมาร์คอฟจะพิจารณาถึงความไม่แน่นอนของการเปลี่ยนสถานะในอนาคตโดยอ้างอิงจากสถานะในปัจจุบัน
- ◇ เพราะฉะนั้นปัญหาที่จะใช้ตัวแบบมาร์คอฟต้องสามารถแจกแจงสถานะ (state) ขาดออกจากกันได้ โดยแต่ละตัวอย่างจะต้องอยู่ในสถานะใดสถานะหนึ่งและเพียงสถานะเดียวเท่านั้น
- ◇ ต้องมีข้อมูลเกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นหรืออัตราส่วนของแต่ละสถานะในปัจจุบัน
- ◇ ต้องทราบข้อมูลเรื่องความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ (transition probability)

ตัวอย่าง 4.1.1: Warm-up ความน่าจะเป็นสำหรับ Markov (ต้องใช้ความรู้เรื่อง conditional probability)

ในเหตุการณ์สมมติที่มีสถานะ 3 สถานะ สมมติเป็น s_1, s_2, s_3 โดยเราทราบความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจากสถานะ s_1, s_2, s_3 มาเป็นสถานะ s_1 ในระยะเวลา 1 เดือนมีค่าเป็น 0.10, 0.90, 0.05 ตามลำดับ โดยในปัจจุบันเราทราบว่าจำนวนคนที่มีสถานะเป็น s_1, s_2, s_3 อยู่เป็น 30, 75, 40 คนตามลำดับ

- ◇ ทำไมความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจากสถานะ s_1, s_2, s_3 มาเป็นสถานะ s_1 ถึงรวมกันได้ไม่เท่ากับ 1
- ◇ จงหาจำนวนคนในสถานะ s_1 ใน 1 เดือนข้างหน้า



ทำไมความน่าจะเป็นรวมกันไม่ได้ 1 !
จาก s1 จะยังอยู่ที่ s1
s1 จาก s3 จะมา s1
ทำไมความน่าจะเป็นรวมกันไม่ได้ 1 !
ความน่าจะเป็นรวมกันไม่ได้ในทาง
รวมไม่ได้
รวมไม่ได้
รวมไม่ได้ 1

จาก s_1 จะยังอยู่ที่ s_1 เป็นจำนวน $30 \times 0.10 = 3$ คน
จาก s_2 จะเปลี่ยนมาที่ s_1 เป็นจำนวน $75 \times 0.90 = 68$ คน
จาก s_3 $\rightarrow$ $40 \times 0.05 = 2$ คน

$$P(s_1 \rightarrow s_1)(s_1) + P(s_2 \rightarrow s_1)(s_2) + P(s_3 \rightarrow s_1)(s_3)$$
$$s_1 \text{ (เดือนถัดไป)} = 0.10 \times 30 + 0.90 \times 75 + 0.05 \times 40 = 73$$

4.2 คณิตศาสตร์สำหรับตัวแบบมาร์คอฟ

จากตัวอย่างที่ผ่านมา นั้น เป็นตัวอย่างที่ได้ทำให้เห็นแนวทางการคิดแบบความน่าจะเป็นว่าการวิเคราะห์การเปลี่ยนสถานะ นั้น จริงๆ แล้วก็คือการหาความน่าจะเป็นของ 2 เหตุการณ์ต่อเนื่องกันในรูปแบบของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability) และคุณสมบัติความน่าจะเป็นรวม (Total probability)

จำนวนคนในสถานะ s_1 ในเวลาถัดมา

$$\begin{aligned}
 &= \text{จำนวนคนทั้งหมด} \times P(\text{สุ่มหยิบได้คน } s_1 \text{ ในเวลาถัดมา}) \\
 &= N \cdot P(X^{(2)} = s_1) \\
 &= N \cdot (P(X^{(1)} = s_1 \wedge X^{(2)} = s_1) + P(X^{(1)} = s_2 \wedge X^{(2)} = s_1) + P(X^{(1)} = s_3 \wedge X^{(2)} = s_1)) \\
 &= N \cdot [P(X^{(1)} = s_1) P(X^{(2)} = s_1 | X^{(1)} = s_1) \\
 &\quad + P(X^{(1)} = s_2) P(X^{(2)} = s_1 | X^{(1)} = s_2) \\
 &\quad + P(X^{(1)} = s_3) P(X^{(2)} = s_1 | X^{(1)} = s_3)] \\
 &= N \cdot [P(\text{สุ่มหยิบได้คน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_1 \text{ ไปเป็น } s_1) \\
 &\quad + P(\text{สุ่มหยิบได้คน } s_2 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_2 \text{ ไปเป็น } s_1) \\
 &\quad + P(\text{สุ่มหยิบได้คน } s_3 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_3 \text{ ไปเป็น } s_1)] \\
 &= (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_1 \text{ ไปเป็น } s_1) \\
 &\quad + (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_2 \text{ ไปเป็น } s_1) \\
 &\quad + (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_3 \text{ ไปเป็น } s_1)
 \end{aligned}$$

ในทำนองเดียวกัน เราจึงได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{จำนวนคนในสถานะ } s_1 \text{ ในเวลาถัดมา} &= (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_1 \text{ ไปเป็น } s_1) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_2 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_2 \text{ ไปเป็น } s_1) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_3 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_3 \text{ ไปเป็น } s_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จำนวนคนในสถานะ } s_2 \text{ ในเวลาถัดมา} &= (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_1 \text{ ไปเป็น } s_2) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_2 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_2 \text{ ไปเป็น } s_2) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_3 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_3 \text{ ไปเป็น } s_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จำนวนคนในสถานะ } s_3 \text{ ในเวลาถัดมา} &= (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_1 \text{ ไปเป็น } s_3) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_2 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_2 \text{ ไปเป็น } s_3) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_3 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_3 \text{ ไปเป็น } s_3) \end{aligned}$$

เพื่อความสะดวกในการเขียนเป็นสัญลักษณ์เมทริกซ์ในส่วนถัดไป ขอกำหนดสัญลักษณ์ดังนี้

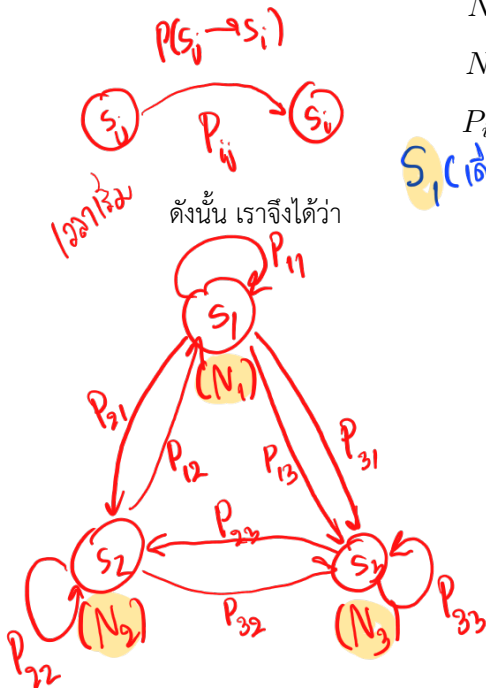
N_i = จำนวนคนในสถานะ s_i ในเวลาเริ่ม

N'_i = จำนวนคนในสถานะ s_i ในเวลาถัดมา

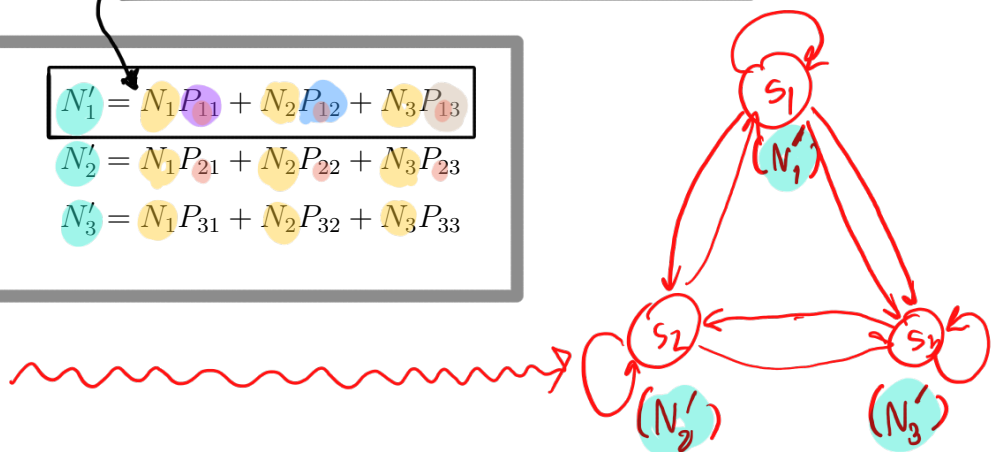
P_{ij} = ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะจาก s_j มาเป็น s_i

$$S_1(\text{เดือนถัดไป}) = 0.10 \times 30 + 0.90 \times 75 + 0.09 \times 40$$

ดังนั้น เราจึงได้ว่า



$$\begin{aligned} N'_1 &= N_1 P_{11} + N_2 P_{12} + N_3 P_{13} \\ N'_2 &= N_1 P_{21} + N_2 P_{22} + N_3 P_{23} \\ N'_3 &= N_1 P_{31} + N_2 P_{32} + N_3 P_{33} \end{aligned}$$



และเมื่อนำมาลองเขียนในรูปแบบเวกเตอร์แจกแจงจำนวนคน จะได้ว่า

		s1	s2	s3			
		v	v	v			
s1	<-	0.10	0.90	0.05	30.00	=	72.5
s2	<-	0.05	0.90	0.05	75.00	=	0
s3	<-	0.05	0.90	0.05	40.00	=	0

$$\vec{N}' = \begin{pmatrix} N'_1 \\ N'_2 \\ N'_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1)(-1) + (2)(2) + (3)(-3) \\ (4)(-1) + (5)(2) + (6)(-3) \\ (7)(-1) + (8)(2) + (9)(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -12 \\ -16 \end{pmatrix}$$

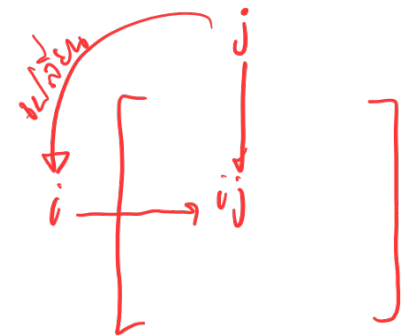
-10 +4
-1 +4 + -9

$$= \begin{pmatrix} N_1 P_{11} + N_2 P_{12} + N_3 P_{13} \\ N_1 P_{21} + N_2 P_{22} + N_3 P_{23} \\ N_1 P_{31} + N_2 P_{32} + N_3 P_{33} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix}$$

คอลัมน์เดียวกัน
ได้รวมกันได้ 1

$$\vec{N}' = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \vec{N}$$



นิยาม 4.2.1: Transition Matrix

เมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะ (transition matrix) คือเมทริกซ์ที่ลำดับของแถวและหลักของเมทริกซ์สอดคล้องกับลำดับสถานะ $s_1, \dots, s_n$ โดยที่สมาชิกในตำแหน่งที่ ij คือค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนจากสถานะ j มาเป็นสถานะ i

คุณสมบัติ 4.1: การหาจำนวนคนในแต่ละสถานะในช่วงเวลาถัดไป

กำหนดให้ N_t แทนเวกเตอร์ของจำนวนคนในแต่ละสถานะ โดยที่ลำดับของสถานะเป็น $s_1, \dots, s_n$ และให้ P คือเมทริกซ์เปลี่ยนสถานะที่มีลำดับของสถานะเดียวกันกับลำดับสถานะของเวกเตอร์ N_t จะได้ว่า

$$N_{t+1} = P N_t$$

เพราะฉะนั้น จะได้โดยง่ายว่า

$$N_{t+k} = P^k N_t$$

ทั้งนี้ เราอาจจะเปลี่ยนไปใช้เวกเตอร์ที่แสดงความน่าจะเป็นแทนเวกเตอร์จำนวนคนจริง ๆ ก็ได้

$$\begin{pmatrix} P N_t \\ P(P N_t) \\ P(P P N_t) \\ \vdots \end{pmatrix}$$

ตัวอย่างงานมีอะไร!



$$P \dots P P N_t$$

ตัวอย่าง 4.2.1: การคำนวณมาร์คอฟของร้านอาหาร

ร้านอาหารในบริษัทแห่งหนึ่งมีเมนูประจำร้าน 3 เมนู สมมติชื่อชุด A, B และ C โดยแต่ละเมนูมีการเตรียมวัตถุดิบที่แตกต่างกันออกไป ทางร้านจึงต้องการวางแผนอัตราส่วนของปริมาณของวัตถุดิบของอาหารแต่ละประเภทที่ต้องเก็บเข้าคลังไว้เป็นรายเดือน ดังนั้น ทางร้านจึงได้ทำการสำรวจพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงประเภทอาหารที่จะทานของพนักงานในบริษัทแห่งนั้น และได้ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงประเภทอาหารที่อยากทานใน 1 เดือนดังตารางด้านล่างนี้ (ให้สมมติว่าบริษัทไม่ได้มีการสมัครเข้าหรือลาออกบ่อย และในบริษัทมีร้านอาหารผูกขาดอยู่ร้านเดียว)

		เมนูที่ทานเดือนนี้		
		A	B	C
เมนูที่ทานเดือนถัดไป	A	0.6	0.6	0.2
	B	0.3	0.1	0.2
	C	0.1	0.3	0.6

สมมติว่าในเดือนนี้มีปริมาณการทานอาหารเมนู A, B, C เป็นจำนวน 60 ครั้ง, 100 ครั้ง, 40 ครั้ง ตามลำดับ

1. จงหาว่าในเดือนถัดไปจะมีการทานอาหารในแต่ละเมนูกี่ครั้ง
2. จงหาว่าในอีก 2 เดือนถัดไปจะมีการทานอาหารในแต่ละเมนูกี่ครั้ง

เมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะ $P = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix}$ $N_0 = \begin{pmatrix} 60 \\ 100 \\ 40 \end{pmatrix}$

∴ ในเดือนถัดไป $N_1 = PN_0 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 60 \\ 100 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0.6)(60) + (0.6)(100) + (0.2)(40) \\ (0.3)(60) + (0.1)(100) + (0.2)(40) \\ (0.1)(60) + (0.3)(100) + (0.6)(40) \end{bmatrix}$

N_0 ไม่ทำเป็นของเมทริกซ์แน่นอน (เป็นเวกเตอร์)

0.60	0.60	0.20		60.00		104
0.30	0.10	0.20	x	100.00	=	36
0.10	0.30	0.60		40.00		60

SUM 200

SUM 200

0.60	0.60	0.20		60.00		104	
0.30	0.10	0.20	x	100.00	=	36	
0.10	0.30	0.60		40.00		60	
			sum =	200.00		200	

0.60	0.60	0.20		0.30		0.5	104
0.30	0.10	0.20	x	0.50	=	0.2	x 200
0.10	0.30	0.60		0.20		0.3	60
			sum =	1.00		1.00	

อีก 2 ได้หมด $P \times (P \times N)$

↓
ได้ทันที 1 สักใน
↓
ได้ทันที 2 สักใน

$(P \times P) \times N$
การเปลี่ยนสถานะ 1 ได้
การเปลี่ยนสถานะ 2 ได้

คำนวณเมื่อ						
PN =	0.60	0.60	0.20	x	60.00	104
	0.30	0.10	0.20		100.00	36
	0.10	0.30	0.60		40.00	60
P(PN) =	0.60	0.60	0.20	x	104.00	96
	0.30	0.10	0.20		36.00	47
	0.10	0.30	0.60		60.00	57

P						
0.60	0.60	0.20	x	0.60	0.60	0.20
0.30	0.10	0.20		0.30	0.10	0.20
0.10	0.30	0.60		0.10	0.30	0.60
P^2						
0.56	0.48	0.36		60		96
0.23	0.25	0.20	x	100		47
0.21	0.27	0.44		40		57

$$\begin{bmatrix} 0.60 & 0.60 & 0.20 \\ 0.30 & 0.10 & 0.20 \\ 0.10 & 0.30 & 0.60 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 96.774 \\ 45.161 \\ 58.064 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 96.774 \\ 45.161 \\ 58.064 \end{bmatrix}$$

P $\uparrow$ เวกเตอร์สถานะคงที่ของ P

4.3 การวิเคราะห์สถานะคงที่

นิยาม 4.3.1: สถานะคงที่ (Steady State)

สถานะคงที่ของกระบวนการมาร์คอฟคือเวกเตอร์สถานะที่เมื่อผ่านขั้นตอนถัดไปแล้วมีสถานะคงเดิม (อัตราส่วนเท่าเดิม) กล่าวคือเวกเตอร์ $\vec{s}$ จะเป็นสถานะคงที่ของเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะ P ก็ต่อเมื่อ

$$P\vec{s} = \vec{s}$$

$$P(c\vec{s}) = (c\vec{s}) \quad \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A/(A+B+C) \\ B/(A+B+C) \\ C/(A+B+C) \end{bmatrix}$$

ทั้งนี้เวกเตอร์ที่เป็นสเกลของเวกเตอร์สถานะคงที่ก็ยังคงเป็นสถานะคงที่เช่นกัน ดังนั้นในบางครั้งเราอาจจะระบุเพียงแค่เวกเตอร์ความน่าจะเป็น ณ สถานะคงที่ ซึ่งคือทุกสมาชิกในเวกเตอร์รวมกันได้ 1

ในคณิตศาสตร์จะเรียกว่า $\vec{s}$ เป็น eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue = 1 ของเมทริกซ์ P

→ เวกเตอร์ที่หาได้
นำทุกสมาชิกมารวม

ตัวอย่าง 4.3.1: เวกเตอร์สถานะคงที่

จงหาเวกเตอร์ความน่าจะเป็น ณ สถานะคงที่ของเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะของผู้รับบริการ
สมมติว่า ณ เวลานั้นมีผู้รับบริการทั้งหมดอยู่ 500 คน จะมีคนอยู่ในแต่ละสถานะกี่คน

$$\begin{bmatrix} 0.7 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \text{ และถ้า}$$

0.57143

0.42857

$$\begin{bmatrix} 0.7 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{(เพราะว่าเป็นเวกเตอร์สถานะคงที่)}$$

โดยที่ $x + y = 1$

$$\begin{pmatrix} 0.7x + 0.4y \\ 0.3x + 0.6y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{จะได้ระบบสมการ} \quad \begin{aligned} 0.7x + 0.4y &= x \\ 0.3x + 0.6y &= y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0.4y &= 0.3x \\ x + y &= 1 \\ y &= \frac{0.3x}{0.4} = \frac{3}{4}x \\ x + \left(\frac{3}{4}x\right) &= 1 \\ \frac{7}{4}x &= 1 \\ x &= \frac{4}{7} = 0.57143 \\ y &= \frac{3}{4}\left(\frac{4}{7}\right) = \frac{3}{7} = 0.42857 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0.4y &= 0.3x \\ 0.3x &= 0.4y \end{aligned} \quad \text{สมการเดียวกัน}$$

$$x + y = 1$$

$$\rightarrow \text{เวกเตอร์คงที่} = \begin{bmatrix} 4/7 \\ 3/7 \end{bmatrix}$$

4.3. การวิเคราะห์สถานะคงที่

ตัวอย่าง 4.3.2: มาร์คอฟของร้านอาหาร (ต่อ)

จากตัวอย่างสถานะการร้านอาหารในบริษัทในตัวอย่าง 4.2.1 จงหาว่าต้องมีอัตราส่วนของคนชอบเมนูอาหารใดเท่าไรบ้างถึงจะอยู่ในสภาวะที่ไม่ต้องเปลี่ยนแปลงปริมาณการเก็บวัตถุดิบในเดือนถัดไป

$P =$

0.60	0.60	0.20
0.30	0.10	0.20
0.10	0.30	0.60

ทำ excel ได้ออกมาเป็น

0.48387
0.22581
0.29032

คิดแก้สมการด้วยมือ : ในน้ำเตห $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ โดยที่ $x+y+z=1$

$$\begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

แก้ระบบสมการ

Homework